

## Анализ явлений Доплера



17.12.07

[Домой](#)[Сатьи](#)[Форум](#)[Ссылки](#)[О себе](#)[Обратная связь](#)

И.Ф.Балашов

# Анализ методов математического описания явлений Доплера

В результате анализа и численных оценок показано, что математическое описание явления Доплера в рамках специальной теории относительности не представляется убедительным, а доказательство его справедливости результатами опыта Айвса вызывает сомнения. Предложены математическое описание явления на основе закона сохранения энергии и методы экспериментальной проверки теории.

Явление Доплера достаточно широко используется в современной науке и технике. Основные соотношения, лежащие в основе математического описания явления, полученные в рамках специальной теории относительности (СТО) и приведенные в книге Г.С.Ландсберга [1], вызывают сомнение в их корректности, а экспериментальное их подтверждение, как будет показано ниже, не может быть признано исчерпывающим.

Первый вопрос, который возникает в связи с математическим описанием явления Доплера в рамках СТО, это несоблюдение закона сохранения энергии (ЗСЭ), который считается основополагающим критерием справедливости физических идей. Второй вопрос возникает в связи с предсказанием в рамках СТО так называемого поперечного явления Доплера, которое не имеет физического объяснения, а его экспериментальное подтверждение результатами опыта Айвса [1] представляется не вполне убедительным.

В данной работе представлен анализ изложенных выше вопросов путем численных оценок, проведенных с использованием соотношений, полученных в рамках СТО, а также соотношений, выведенных на основе ЗСЭ, и предложены методы экспериментальной проверки этих соотношений с использованием современной техники.

Частота регистрируемого излучения  $\nu$  в рамках СТО определяется формулой ([1] формула 133.4)

$$\nu = \nu_0 \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \beta \cos \varphi} \quad (1)$$

где  $\nu_0$  – частота излучения источника,

$\beta = V/C$  – отношение относительной скорости  $V$  движения источника и регистрирующей аппаратуры к скорости света  $C$ ,

$\varphi$  – угол между направляющей скорости  $V$  к прямой, соединяющей источник излучения и вход регистрирующей аппаратуры.

В дальнейшем будем рассматривать вариант, когда источник и регистрирующая аппаратура движутся навстречу друг другу ( $\varphi = \pi$ ), или в противоположных направлениях ( $\varphi = 0$ ). В этом варианте сущность явлений не изменяется, но упрощается рассмотрение проблемы. Тогда формула 1 может быть записана в виде [1]

$$\nu_{12C} = \nu_0 \sqrt{\frac{1 \pm \beta}{1 \mp \beta}} \quad (2)$$

где индекс 1 соответствуют взаимному сближению, а индекс 2 удалению источника и регистрирующей аппаратуры, и верхние знаки  $\pm$  и  $\mp$  соответствуют индексу 1, а нижние – индексу 2.

В случае  $\varphi = \pi/2$  регистрируемая частота  $\nu_{\perp}$  излучения составляет

$$\nu_{\perp} = \nu_0 \sqrt{1 - \beta^2}, \quad (3)$$

что соответствует так называемому поперечному явлению Доплера.

Для получения соотношений, определяющих частоты регистрируемого излучения в рамках ЗСЭ можно воспользоваться следующими формулами:

$$h\nu_0 = MC^2 \quad (3a) \quad \text{и} \quad h\nu = M(C \pm V)^2, \quad (4b)$$

где  $M$  – масса фотона.

В формуле 4б изменение энергии фотона за счет явления Доплера определено через увеличение (уменьшение) скорости движения фотона.

Однако скорость фотона всегда остается постоянной и равной  $C=3 \cdot 10^8$  м/с. Изменение энергии фотона происходит за счет изменения его массы и, соответственно, частоты  $\nu$ . Но очевидно, что изменения энергии фотона, должны быть эквивалентны тем изменениям, которые имели бы место в случае изменения скорости фотона, что дает нам право использовать формулу 4б.

Путем несложных математических преобразований формулы 4б с учетом 4а получаем следующее соотношение для  $\nu$ :

$$\nu_{1,2} = \nu_0 (1 \pm \beta)^2. \quad (5)$$

При величинах скорости  $V$ , близких к  $C$ , обычно регистрируют длину волны излучения, смещенную относительно длины волны  $\lambda_0$  неподвижного источника. Тогда частотам  $\nu_{1,2C}$  в формуле 2 будут соответствовать длине волны  $\lambda_{1,2C}$

$$\lambda_{1,2C} = \frac{C}{\nu_{1,2C}} = \frac{C}{\nu_0} \frac{\sqrt{1 \pm \beta}}{\sqrt{1 \mp \beta}} = \lambda_0 \frac{\sqrt{1 \mp \beta}}{\sqrt{1 \pm \beta}} \quad (6)$$

$$\text{и } \frac{\Delta \lambda_{1,2C}}{\lambda_0} = \frac{\lambda_{1,2C} - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\sqrt{1 \mp \beta} - \sqrt{1 \pm \beta}}{\sqrt{1 \pm \beta}}, \quad (7)$$

Из формулы 7 следует, что величины смещения длины волны в случае взаимного сближения и удаления источника и регистрирующей аппаратуры не одинаковы, и среднее значение регистрируемой длины волны для этих случаев не равно величине  $\lambda_0$ .

Не трудно определить смещение  $\Delta \lambda_C$  средней длины волны, смещенных относительно  $\lambda_0$  значений  $\Delta \lambda_{1C}$  и  $\Delta \lambda_{2C}$ ,

$$\frac{\Delta \lambda_C}{\lambda_0} = \frac{\Delta \lambda_{1C} + \Delta \lambda_{2C}}{2} = \frac{1 - \sqrt{1 - \beta^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (8)$$

Длина волны  $\Delta \lambda_{\Gamma}$  регистрируемого излучения, смещенная за счет поперечного явления Доплера, может быть определена из формулы 3 и равна

$$\lambda_{\text{н}} = \lambda_0 \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (9)$$

Тогда

$$\frac{\Delta \lambda_{\text{н}}}{\lambda_0} = \frac{\lambda_{\text{н}} - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{1 - \sqrt{1 - \beta^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (10)$$

Сравнение формул 8 и 10 показывает, что величина смещения среднего значения длины волны  $\Delta \lambda_{1C}$  и  $\Delta \lambda_{2C}$ , точно равна величине смещения  $\Delta \lambda_{\text{н}}$  за счет поперечного явления Доплера. Этот факт важен для анализа результатов экспериментальной регистрации поперечного явления Доплера в опыте Айвса [1].

В рамках ЗСЭ величины смещения длины волны  $\Delta \lambda_{1Э}$  и  $\Delta \lambda_{2Э}$ , относительно  $\lambda_0$  могут быть определены по формуле, выведенной из формулы 5:

$$\frac{\Delta \lambda_{1,2Э}}{\lambda_0} = \frac{1 - (1 \pm \beta)^2}{(1 \pm \beta)^2}. \quad (11)$$

Результаты вычислений по формулам 7,8,12 приведены в таблице 1. В таблице даны округленные значения, хотя расчеты производились с точностью до 6 знаков после запятой.

| V<br>м/с       | $\beta$   | $\frac{\Delta \lambda_{1C}}{\lambda_0}$ | $\frac{\Delta \lambda_{2C}}{\lambda_0}$ | $\frac{\Delta \lambda_{\text{н}}}{\lambda_0} = \frac{\Delta \lambda_{\text{н}}}{\lambda_0}$ | $\frac{\Delta \lambda_{1Э}}{\lambda_0}$ | $\frac{\Delta \lambda_{2Э}}{\lambda_0}$ | $\frac{\Delta \lambda_{\text{э}}}{\lambda_0}$ |
|----------------|-----------|---|---|---|---|---|---|
| 0.3.1<br>$0^6$ | 0,00<br>1 | 9,999.10<br>-4                          | 10,000.10<br>-4                         | 0,005.10 <sup>-4</sup><br>4   | 19,999.10<br>-4                         | 20,000.10<br>-4                         | 0,000.1<br>$0^{-4}$                           |
| 0,9.1<br>$0^6$ | 0,00<br>3 | 29,955.1<br>$0^{-4}$                    | 30,045.10<br>-4                         | 0,045.10 <sup>-4</sup><br>4   | 59,73.10<br>-4                          | 60,27.10<br>-4                          | 0,27.10                                       |
| 1,5.1<br>$0^6$ | 0,00<br>5 | 49,865.1<br>$0^{-4}$                    | 50,115.10<br>-4                         | 0,125.10 <sup>-4</sup><br>4   | 99,25.10<br>-4                          | 100,75.1<br>$0^{-4}$                    | 0,75.10                                       |
| $3 \cdot 10^6$ | 0,01      | 99,503.1<br>$0^{-4}$                    | 100,503.1<br>$0^{-4}$                   | 0,5.10 <sup>-4</sup>  | 197,04.1<br>$0^{-4}$                    | 203,04.1<br>0                           | 3.10  |
| $3 \cdot 10^7$ | 0,1       | 0,09546                                 | 0,10554                                 | 50,38.10 <sup>-4</sup><br>4   | 0,1735                                  | 0,2346                                  | 0,0305  |
| 1,5.1<br>$0^8$ | 0,5       | 0,4226                                  | 0,732                                   | 0,1547  | 0,5555                                  | 3,0                                     | 1,2225  |

|                |     |       |     |       |        |      |        |
|----------------|-----|-------|-----|-------|--------|------|--------|
| 2,4.1<br>$0^8$ | 0,8 | 0.667 | 2,0 | 0,867 | 0,6913 | 24,0 | 11,654 |
|----------------|-----|-------|-----|-------|--------|------|--------|

Из таблицы 1 следует, что смещение длины волны при взаимном сближении и удалении источника излучения от регистрирующей аппаратуры существенно различны, причем при приближении скорости  $V$  к скорости света это различие резко возрастает. Величины смещения длины волны, оцененные на основе ЗСЭ значительно превышают величины смещения, вычисленные в рамках СТО, причем это различие также растет с увеличением скорости  $V$ , но уменьшается до  $\sim 2$  при относительно малых скоростях.

Как уже отмечалось экспериментальным подтверждением существования поперечного явления Доплера считается опыт Айвса, кратко описанного в книге Ландсберга ([1] с.465-466). В опыте Айвса в качестве источника излучения использовались частицы каналовых лучей, которые двигались со скоростью  $\sim 108$  см/с. К сожалению, опыт Айвса описан в книге Г.С.Ландсберга недостаточно четко: не указаны точно длина волны излучения, величина угла  $\varphi$ , скорость движения каналовых частиц и допуски на точность ее измерения, схема опыта представлена в трудном для понимания виде. Однако, нашей задачей является не детальная проверка корректности постановки опыта, а анализ принципиальных вопросов, связанных с подтверждением поперечного явления Доплера, для чего данных, приведенных в книге вполне достаточно.

При обработке результатов опыта Айвсом использовано утверждение о равенстве величины смещения длины волны регистрируемого излучения при противоположных направлениях движения источника. Это утверждение основано на формулах ([1] с.465), которые никак не следуют из соотношения 1, выведенного на основе СТО для случая движения источника под углом  $\varphi$  к направлению на регистрирующую аппаратуру.

В результате Айвс без достаточных оснований считает, что смещение среднего значения измеренных величин смещений длины волны относительно  $\lambda_0$ , составившее  $0,0472$  (для видимого излучения с  $\lambda_0 = 0,5$  мкм эта величина должна реализоваться при  $V = 0,9 \cdot 10^6$  м/с,  $\beta = 0,003$ ).

Совпадение результатов эксперимента с расчетом может свидетельствовать только о том, что АЙВС измерил смещение среднего

значения регистрируемых длин волн, обусловленного асимметрией смещений, определяемых  $\Delta\lambda_c$  (формула 8), а смещение за счет поперечного явления Доплера отсутствует. В противном случае суммарное смещение среднего значения длин волн должно было быть в 2 раза больше.

Из изложенного можно сделать вывод, что опыт Айвса не может быть признан однозначным подтверждением существования поперечного явления Доплера и, соответственно, корректности формул, выведенных на основе СТО. Для выбора наиболее корректного подхода к математическому описанию явления Доплера (на основе СТО или ЗСЭ) необходимо проведение экспериментальных исследований на более современном уровне, чем опыт Айвса. Современная техника позволяет провести такие исследования при относительно малых скоростях движения. В частности, достаточно высокая точность измерений обеспечивается в локационных измерителях скорости движения объектов, в которых используется непрерывное радиоизлучение.

При малых скоростях движения формулы для вычисления величины смещения частоты могут быть упрощены. Причем вычисление смещения длины волны теряет смысл, так как измеряемой величиной при малых скоростях является смещение частоты  $\Delta\nu = \nu - \nu_0$ .

При малых величинах  $\beta$  ( $\beta < 0,001$ ) радикалы в формуле 2 могут быть разложены в ряды Тейлора и после пренебрежения членами рядов начиная с  $\beta^2$ , получаем простую формулу для  $\Delta\nu_{12c}$

$$\frac{\Delta\nu_{12c}}{\nu_0} = \frac{\nu_{12c}}{\nu_0} - 1 \cong \frac{\pm\beta}{1 \pm \frac{\beta}{2}} \approx \pm\beta \quad (12)$$

Формула 11 при пренебрежении членом  $\beta^2$  дает величины

$$\nu_{12} \approx \nu_0(1 \pm 2\beta), \quad \Delta\nu_{12} = \pm 2\beta\nu_0 \quad (13)$$

Из изложенного следует, что при малых величинах  $\beta$  (при малых скоростях) поперечным явлением Доплера и смещением среднего значения частоты излучения в случае сближения и удаления источника (регистрирующей аппаратуры) можно пренебречь. Величины смещения частоты при сближении и удалении источника и регистрирующей аппаратуры с достаточно высокой точностью одинаковы, причем смещения,

определенные в рамках ЗСЭ, в 2 раза превосходят смещения, вычисленные в рамках СТО.

Следует отметить еще одно различие в оценке величин смещения частоты в рамках СТО и ЗСЭ. В случае, когда источник излучения и регистрирующая аппаратура находятся в одной точке, а смещение частоты происходит за счет движения отражающего объекта (вариант Доплеровской локации) величина смещения частоты в рамках СТО удваивается. Причем удвоение должно происходить независимо от того движется отражающий объект или движется приемо-передающая система, представляющая собой конструктивное объединение источника излучения и регистрирующей аппаратуры.

В рамках ЗСЭ движение отражающего объекта является единственным источником изменения энергии фотона, и смещение частоты определяется добавкой (или убывью) энергии фотона, обусловленной движением отражающего объекта со скоростью  $V$ . Отсюда следует, что при работе по движущемуся объекту смещение частоты должно быть таким же как в случае движения источника или регистрирующей системы ( $\pm 2\beta v_0$ ). Это означает, что при работе в локационном режиме величины смещения частоты в рамках ЗСЭ и СТО должны быть одинаковыми, и использование этого режима в технике не может выявить различие в оценках на основе СТО или ЗСЭ. Следует учесть, что именно такой режим является основным для применения явления Доплера в технике.

Иначе обстоит дело в случае, если ведется работа с движущегося приемо-передатчика по неподвижному отражающему объекту. Как уже указывалось, при оценке в рамках СТО величина смещения частоты в этом случае должна удваиваться. Но и в рамках ЗСЭ также должно происходить удвоение величины смещения за счет того, что в этом случае происходит одновременное движение и источника излучения и регистрирующей аппаратуры, каждое из которых вносит вклад в изменение энергии регистрируемого фотона. В результате величина смещения в рамках ЗСЭ ( $\pm 4\beta v_0$ ) должна превосходить смещение в рамках СТО ( $\pm 2\beta v_0$ ) в 2 раза.

Экспериментальная проверка явления Доплера путем прямого встречного движения отдельных источника излучения и регистрирующей аппаратуры технически представляется сложной, поскольку для измерения смещения частоты используют смешение части излучения источника и излучения, поступающего в регистрирующую систему, с выделением разностной частоты, для чего источник и регистрирующая аппаратура должны

быть неподвижными относительно друг друга. Экспериментальная проверка может быть произведена путем сравнения величин смещения в локационном режиме при движении отражающего объекта и при движении приемо-передающей системы относительно неподвижного отражающего объекта.

Такие экспериментальные исследования могут быть проведены при использовании радиолокационных измерителей скорости. Обычно в таких измерителях используют ультракоротковолновое излучение с длиной волны  $\sim 3$  см ( $\nu_0 = 10$  ГГц). Тогда величина смещения частоты при движении отражающего объекта со скоростью 15 м/с (54 км/час) составит  $\Delta\nu_C = \Delta\nu_{\text{Э}}$   
 $2\beta\nu_0 = 2 \cdot 5 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{10} \text{ Гц} = 100 \text{ Гц}$ . В случае движения локатора по отношению к неподвижному объекту с той же скоростью величины смещения частоты составят  $\Delta\nu_C = 100 \text{ Гц}$  и  $\Delta\nu_{\text{Э}} = 200 \text{ Гц}$ . К сожалению, сведений о проведении таких экспериментов мне найти не удалось.

Экспериментальная проверка теории в оптическом диапазоне может быть проведена путем использования в качестве источника излучения лазера и применения метода оптического гетеродинамирования [2]. Наиболее подходящим для этого является газовый лазер на двуокиси углерода ( $\text{CO}_2$ -лазер) излучающий на длине волны  $\sim 10$  мкм и позволяющий обеспечивать очень малую ширину полосы частот излучения (до  $\sim 100$  Гц). В этом случае при работе в локационном режиме при скорости 1,08 км/час ( $\beta=10^{-9}$ ) для  $\lambda_0 = 10$  мкм ( $\nu_0 = 3 \cdot 10^{13}$  Гц) смещение частоты при движении отражающего объекта составит  $\Delta\nu_C = \Delta\nu_{\text{Э}} = \pm 60$  кГц, а при движении приемо-передающей системы с той же скоростью величины смещения составляют в рамках ЗСЭ  $\Delta\nu_{\text{Э}} = \pm 120$  кГц и в рамках СТО  $\Delta\nu_C = \pm 60$  кГц, т.е. в 2 раза меньше.

Предложенные методы вполне могут быть реализованы в современной технике, особенно в радиодиапазоне, где соответствующие приборы используются на практике. С другой стороны, проведение этих экспериментов позволило бы окончательно решить вопрос о справедливости соотношений выведенных в рамках СТО или в рамках ЗСЭ. Представляется, что такая проверка носит принципиальный характер для современной физики.

Литература

1. Ладсберг Г.С. Оптика, издание пятое, «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, Москва, 1976, 926 с.
2. Протопопов В.В., Устинов Н.Д. Лазерное гетеродинамирование, «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, Москва, 1985, 288 с.

[Домой](#) | [Статьи](#) | [Форум](#) | [Ссылки](#) | [О себе](#) | [Обратная связь](#)

Дата последнего изменения этого узла 17.12.2007

**Получи бесплатно:** неограниченный почтовый ящик,  
POP/IMAP/SMTP, антиспам, антивирус,  
бесплатный хостинг и многое другое... 

**ПОЛУЧИ ПРЯМО СЕЙЧАС!**

@pochta.ru  

[почта](#)

